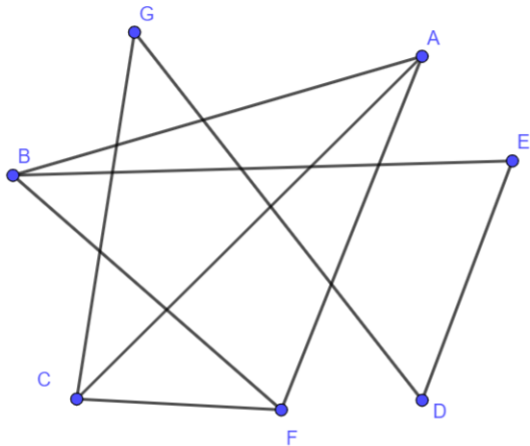


Test 4 : Les graphes (Maths expertes)

Correction

La calculatrice est autorisée. Répondre directement sur le sujet. Durée : 40 minutes.

1) On considère le graphe ci-dessous :



a) Quel est l'ordre du graphe ? (0.5 pt)

Il y a 7 sommets donc l'ordre du graphe est 7.

b) Quel est le degré du sommet C ? (0.5 pt)

C est de degré 3 car il y a trois arêtes incidentes à C. ($C - G$, $C - F$ et $C - A$)

c) Donner la matrice d'adjacence de ce graphe. (1 pt)

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

d) A l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre de chemins de longueur 5 reliant A et D puis citer ces chemins. (2 pts)

La calculatrice nous donne $(M^5)_{1;4} = 16$.

Il y a donc 16 chemins de longueur 5 reliant A à D .

En commençant par A , le second sommet ne peut être que B , C ou F et de même terminant par D , l'avant dernier sommet ne peut-être que E ou G . Ce qui donne 6 cas simplifiant la visualisation puisqu'il ne manquera que deux étapes intermédiaires.

a) Les chemins commençant par $A - B$ et finissant par $E - D$. ($A - B - ? - ? - E - D$)

1) $A - B - A - B - E - D$ 2) $A - B - E - B - E - D$ 3) $A - B - E - D - E - D$ 4) $A - B - F - B - E - D$

b) Les chemins commençant par $A - B$ et finissant par $G - D$. ($A - B - ? - ? - G - D$)

5) $A - B - E - D - G - D$ 6) $A - B - F - C - G - D$ 7) $A - B - A - C - G - D$

c) Les chemins commençant par $A - C$ et finissant par $E - D$. ($A - C - ? - ? - E - D$)

8) $A - C - G - D - E - D$ 9) $A - C - F - B - E - D$ 10) $A - C - A - B - E - D$

d) Les chemins commençant par $A - C$ et finissant par $G - D$. ($A - C - ? - ? - G - D$)

11) $A - C - A - C - G - D$ 12) $A - C - G - C - G - D$ 13) $A - C - G - D - G - D$ 14) $A - C - F - C - G - D$

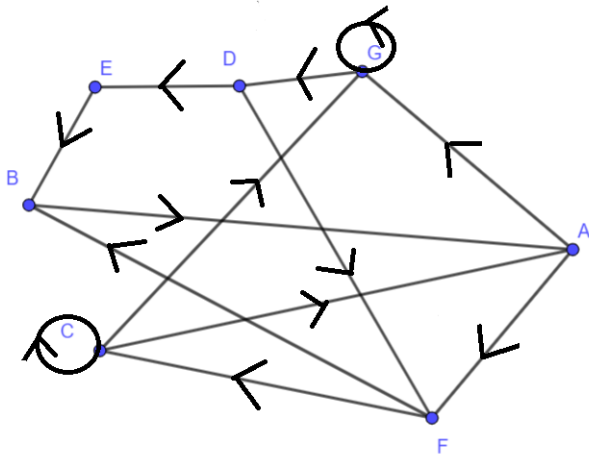
e) Les chemins commençant par $A - F$ et finissant par $E - D$. ($A - F - ? - ? - E - D$)

15) $A - F - A - B - E - D$

f) Les chemins commençant par $A - F$ et finissant par $G - D$. ($A - F - ? - ? - G - D$)

16) $A - F - A - C - G - D$

2) On considère le graphe ci-dessous :



a) Déterminer la matrice d'adjacence de ce graphe. (1 pt)

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Donner un cycle de ce graphe. (1 pt)

$A - F - B - A$ est un cycle de longueur 3.

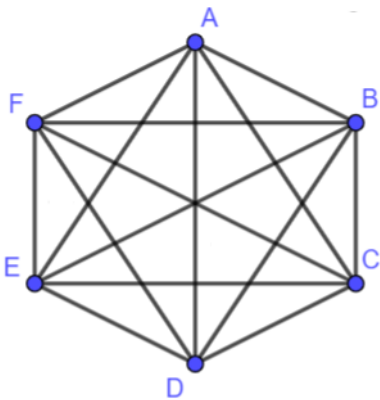
c) A l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre de chemins de longueur 6 reliant A et C puis citer ces chemins. (2 pts)

La calculatrice nous donne $(M^6)_{1,3} = 8$

Il y a donc 8 chemins de longueur 6 allant de A vers C .

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| $A - F - C - C - C - C - C$ | $A - G - D - F - C - C - C$ |
| $A - F - C - A - F - C - C$ | $A - G - G - D - F - C - C$ |
| $A - F - C - C - A - F - C$ | $A - G - G - G - D - F - C$ |
| $A - F - B - A - F - C - C$ | |
| $A - F - C - G - D - F - C$ | |

3) Dessiner le graphe complet d'ordre 6. (1 pt)



On demande simplement le graphe à 6 sommets dont tous les sommets sont 2 à 2 adjacents.

4) Donner un exemple de graphe connexe et un exemple de graphe non connexe. (1 pt)

Voir exemple cours.