Quelques personnages importants :

- Le mathématicien **Al Khwârizmî** a écrit de nombreux ouvrages en arabe au IX^e siècle. La traduction de ces ouvrages en latin permet l'arrivée en Europe, seulement vers le XII^e siècle, du zéro déjà utilisé par les mathématiciens arabes. Le zéro était déjà utilisé par les Indiens en tant que nombre à partir du V^e.
  Note : son nom latinisé est à l'origine du mot algorithme
- **Gottfried Wilhelm Leibniz** (1646-1716) construit une machine à calculer permettant d'effectuer des additions et des multiplications et expose les principes du calcul binaire.
- **George Boole** (1815-1864) est considéré avec Augustus de Morgan comme le fondateur de la logique mathématique. (valeur 1 pour vraie et 0 pour fausse).
- **Djon Atanasov** (1903-1995) envisage la construction d'un calculateur électronique en utilisant le système binaire, en s'inspirant des idées de Leibniz. Toute information est codée en n'utilisant que des 0 et des 1. Avec Clifford Berry, il construit ce calculateur (sans programme enregistré). L'ABC (Atanasov Berry Computer) entre en service à la fin 1939. L'invention du premier ordinateur électronique est attribuée à Atanasov.
- **Presper Eckert** et **John Mauchly**, conçoivent et construisent l'ENIAC (Electronic Numerical Integrator and Computer) dans les années 1940 sur la base des idées d'Atanasov : Le premier calculateur numérique électronique programmable connu.

1. Représentation numérique de l'information

L'utilisation uniquement de deux symboles facilite la mesure des états de circuits électroniques (ouvert ou fermé, absence ou présence de courant, faux ou vrai, 0 ou 1).

Ces valeurs 0 et 1 s'appellent des chiffres binaires ou **bit** en anglais (pour binary digit). Une variable qui n'a que deux états comme 0 ou 1, ou alors faux ou vrai, s'appelle aussi un **booléen** (de George Boole).

Une machine reçoit de l'information, la mémorise, la modifie, la transmet à l'aide d'une multitude de petits circuits électroniques.

Avec 8 circuits, on peut construire un circuit qui décrit le mot 0100 0001 par exemple. Composé de 8 bits, on l'appelle un octet.

Remarque : avec 8 bits, on peut en particulier représenter l'ensemble des caractères disponibles sur un clavier.

Numérisation

Pour pouvoir être numérisée, l'information est d'abord discrétisée, puis représentée par une suite de 0 et de 1 et enfin enregistrée sur un support. Le type de support est unique et peut contenir toutes sortes d'informations en permettant de les voir ou de les entendre.

Un nombre, une touche du clavier (donc du texte) sont représentés par des nombres entiers, écrits ensuite en binaire.

Une image est décomposée en petits carrés nommés pixels (pour **pict**ure **el**ements). La quantité de rouge, de vert et de bleu est aussi un nombre entier de 0 à 255 dans le système RGB par exemple.

2. Nombres entiers

2.1 Notion de base :

- **Numération par position**

Nous savons compter en base 10 depuis la maternelle, avec les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Puis nous passons à 10, 11, 12 etc. Il s'agit des mêmes chiffres avec une position en plus (les dizaines) et ainsi de suite avec les centaines, milliers etc.

- **La base dix**

Dix chiffres sont nécessaires, (0, 1, 2, ..., 9). Le nombre **dix** s'écrit avec deux chiffres : **10**.
Tableau avec les puissances de dix :

…….	$10000 = 10^4$	$1000 = 10^3$	$100 = 10^2$	$10 = 10^1$	$1=10^0$
		7	2	5	3
…….			2	0	3
…….	0	0	2	0	3

L'utilisation du chiffre 0 est déterminante : quel que soit le nombre de 0 écrits à gauche, le nombre se lit "deux cent trois" et s'écrit 203.
*Le mot **zéro** vient de l'arabe "**sifr**", traduction du mot indien "**sunya**" qui signifie "vide".*
*Le mot arabe "**sifr**" est aussi à l'origine du mot "chiffre".*

- **La base deux**

En base deux il n'y a que deux chiffres, 0 et 1, et le nombre **deux** s'écrit avec deux chiffres **10**.
On obtient l'écriture en base deux, ou l'écriture binaire, d'un nombre, avec les restes obtenus dans les divisions euclidiennes par 2 successives jusqu'à obtenir un quotient nul.

$11=5x2+1,$ $r_1 = 1$
$5=2x2+1,$ $r_2 = 1$
$2=1x2+0,$ $r_3 = 0$
$1=0x2+1,$ $r_4 = 1$

Nous obtenons l'écriture de 11 en base deux notée 1011_2, soit $r_4r_3r_2r_1$.

Avec un tableau :

…….	$8=2^3$	$4=2^2$	$2=2^1$	$1=2^0$
…….	1	0	1	1

Un bit prend soit la valeur 0, soit la valeur 1. Un octet, byte en anglais, est constitué de 8 bits consécutifs.
L'octet est par exemple utilisé comme unité de référence pour mesurer la capacité des mémoires.

Remarque : pour multiplier par b un nombre écrit en base b, il suffit d'ajouter un zéro à droite du nombre.

- **Une base quelconque :**

Pour écrire les entiers naturels en base b, on a besoin de b chiffres et le nombre b s'écrit avec deux chiffres 10.

En base seize, on a besoin de 16 chiffres notés : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, puis A (dix), B (onze), C (douze), D (treize), E (quatorze) et F (quinze).
Un octet s'écrit simplement en base seize. On partage l'octet en deux et chaque partie de quatre bits s'écrit avec un chiffre de la base seize.
Par exemple le nombre écrit 11010101 en base deux s'écrit D5 en base seize. En effet 11010101 se partage en 1101 et 0101 qui donnent respectivement D et 5 en base seize :

$1101_2 = D_{16}$ $0101_{16} = 5_{16}$

2.2 Représentation en machine :

Dans une machine, on utilise l'écriture binaire pour représenter un entier naturel.
Avec deux octets, soit huit bits, on peut représenter les entiers naturels de 0 (0000 0000) à 255 (1111 1111). Donc **45** est représenté par **0010 1101**.

Si on utilise seize bits, soit deux octets, on peut représenter les entiers naturels jusqu'à 65535 (1111 1111 1111 1111). Dans ce cas **45** est représenté par **0000 0000 0010 1101**.

Avec **n bits**, on peut représenter les nombres entre **0** et **2^n - 1**, c'est-à-dire tout nombre k qui s'écrit :

$$k = \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i \quad \text{avec} \;\; b_i \in \{0, 1\}$$

Exemple avec 8 bits :

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
0	0	1	0	1	1	0	1	**45**
1	1	1	1	1	1	1	1	**255**

2.3 Les 4 bases principales.

Base Décimale

- 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
  ex :$(1997)_{10} = 1x10^3 + 9x10^2 + 9x10^1 + 7x10^0$

Base Binaire

- 0,1
  ex : $(1011)_2 = 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0 = (13)_{10}$

Base Octale

- 0,1,2,3,4,5,6,7
  ex : $(346)_8 = 3x8^2 + 4x8^1 + 6x8^0 = (230)_{10}$

Base Hexadécimale

- 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
  ex : $(56A)_{16} = 5x16^2 + 6x16^1 + 10x16^0 = (1386)_{10}$

Tableau récapitulatif :

Base 10	Base 2	Base 8	Base 16
Décimal	**Binaire**	**Octal**	**Hexadécimal**
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

3. Applications

3.1. Du binaire en décimal

$(10011001)_2 =$

$(01001101)_2 =$

3.2. Du décimal en binaire

$(214)_{10} =$

$(134)_{10} =$

3.3. Du binaire en hexadécimal

$(10010101)_2 =$

$(01010110)_2 =$

3.4. De l'hexadécimal au binaire

$(1B2)_{16} =$

$(C27)_{16} =$

3.5. De l'hexadécimal en décimal

$(56A)_{16} = 5x16^2 + 6x16^1 + 10x16^0 = (1386)_{10}$

$(206B)_{16} =$

3.6. Compléter le tableau suivant **:**

Décimal	Binaire	Hexadécimal
242		
		E9

3.7. A quelle(s) base(s) peuvent appartenir les chiffres suivants : 321 ; 1010 ; 3CA.

3.8. Convertir en Hexadécimal les nombres binaires suivants :

110011001=

11111000011=

10101010101=

111000111000=

3.9. Donner la suite des nombres entre 287 et 2A0.

3.10. Indiquer le plus grand nombre décimal que l'on peut représenter avec un nombre de 8 bits, puis avec un nombre de 16 bits.